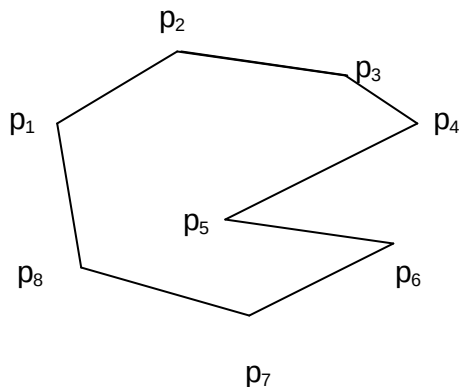


GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

Polígono

É uma figura no plano dada por pontos $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ e segmentos de reta $p_1p_2, p_2p_3, \dots, p_{n-1}p_n, p_np_1$.



Perímetro e área

O **perímetro** de uma curva fechada é o seu comprimento total, por exemplo, o perímetro de um polígono é a soma dos tamanhos de seus lados.

A **área** de uma região poligonal corresponde a um número não-negativo associado a essa região.

Perímetro e área de algumas figuras planas

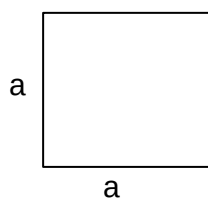
Indicaremos o perímetro de uma figura por **P** e sua área por **A**.

- **Retângulo**



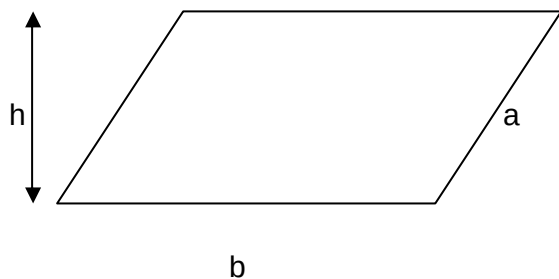
$$P = 2h + 2b$$
$$A = b \cdot h$$

- **Quadrado**



$$P = 4a$$
$$A = a^2$$

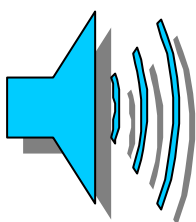
- **Paralelogramo**



$$P = 2a + 2b$$

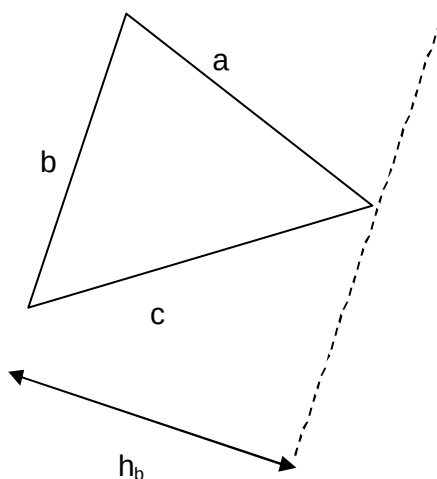
$$A = b.h$$

- **Triângulo**



ATENÇÃO: O triângulo possui três lados e qualquer um deles pode ser considerado como base. A altura relativa será a distância entre a base escolhida e o vértice oposto.

Exemplo:



$$P = a + b + c$$

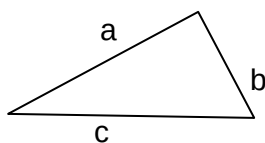
$$A = \frac{b.h_b}{2}$$

Há outras expressões que nos permitem calcular a área de um triângulo, vejamos:

1. Em função dos lados

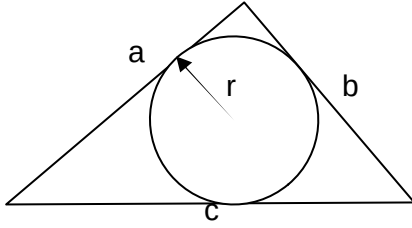
$$P = a + b + c \text{ (perímetro)}$$

$$p = (a + b + c)/2 \text{ (semiperímetro)}$$



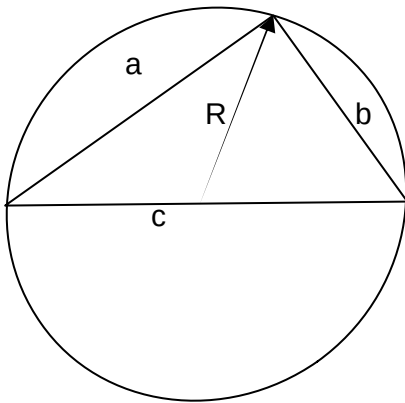
$$A = \sqrt{p.(p - a).(p - b).(p - c)}$$

2. Em função dos lados e do raio r da circunferência inscrita



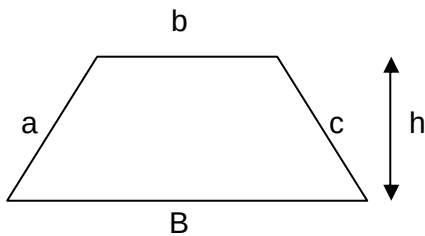
$$A = p \cdot r$$

3. Em função dos lados e do raio R da circunferência circunscrita



$$A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

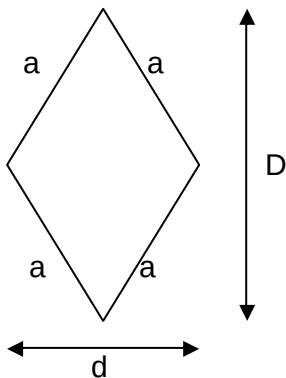
- Trapézio



$$P = a + b + c + B$$

$$A = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$

- Losango

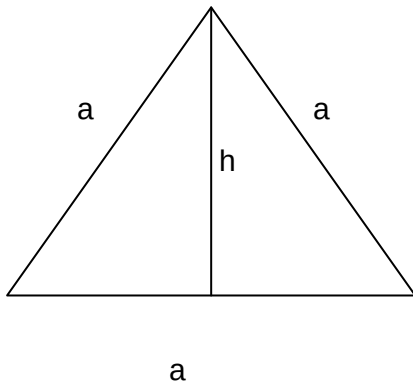


$$P = 4a$$

$$A = \frac{d \cdot D}{2}$$

- Alguns polígonos regulares

Triângulo eqüilátero



Aplicando o Teorema de Pitágoras, obtemos

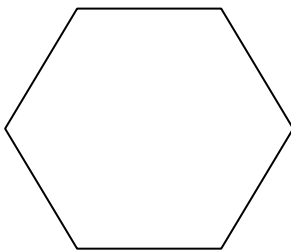
$$h^2 + (a/2)^2 = a^2$$

$$h = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Logo

$$A = a \cdot \frac{h}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

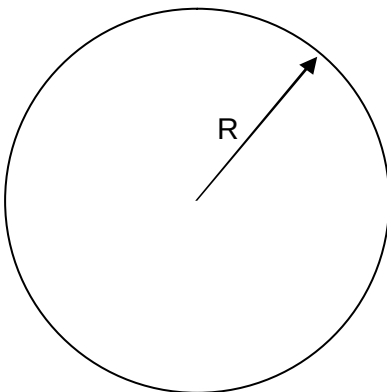
Hexágono



O hexágono é formado por seis triângulos eqüiláteros, logo

$$A = 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

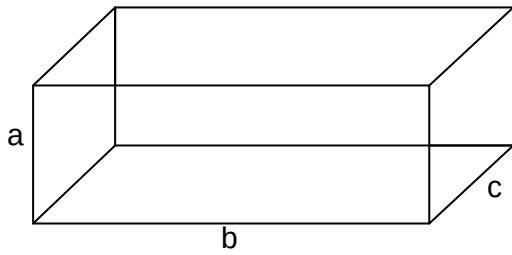
- **Circunferência**



$$\begin{aligned} P &= 2\pi R \\ A &= \pi R^2 \end{aligned}$$

ALGUNS SÓLIDOS

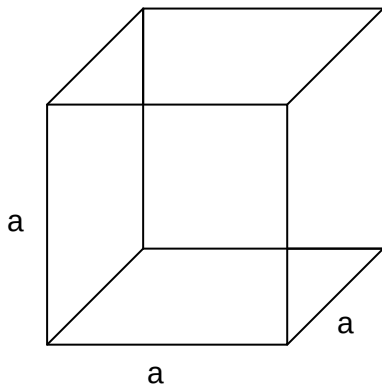
- **Paralelepípedo**



$$V = a.b.c$$

$$A_{\text{total}} = 2(a.b + b.c + a.c)$$

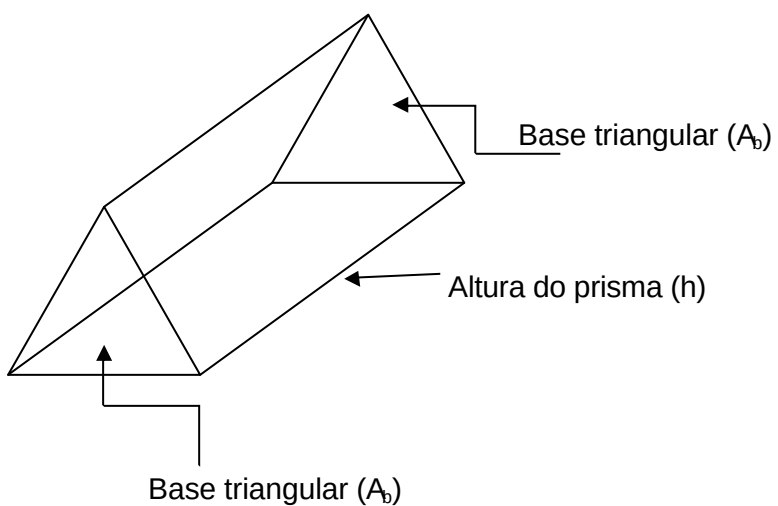
- **Cubo**



$$V = a^3$$

$$A_{\text{total}} = 6a^2$$

- **Prisma de base triangular**



$$V = A_b.h$$

$$A_{\text{total}} = 2A_b + A_{\text{lateral}}$$

- **Pirâmide**

O volume de uma pirâmide é calculado da seguinte maneira:

$$\frac{1}{3} \text{ área da base } \times \text{ altura}$$

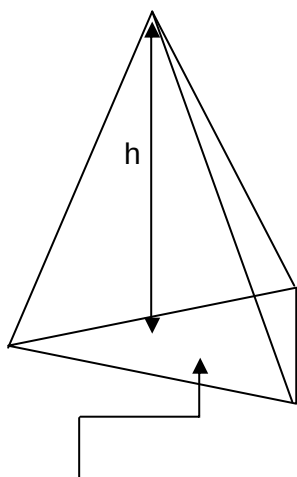
As faces laterais da pirâmide são triangulares.



Lembre-se: A altura da pirâmide é a distância entre a base e o vértice oposto.

Vejamos algumas pirâmides.

1. Base triangular

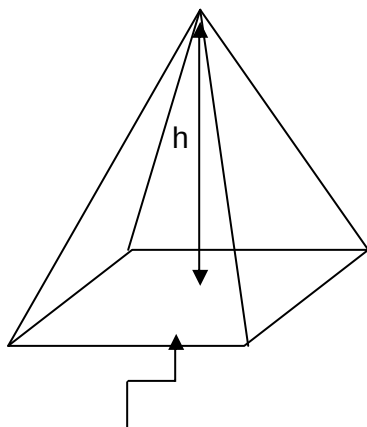


Base triangular (A_b)

$$V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \cdot h$$

$$A_{\text{total}} = 3A_{\text{triângulo}} + A_{\text{base}}$$

2. Base retangular

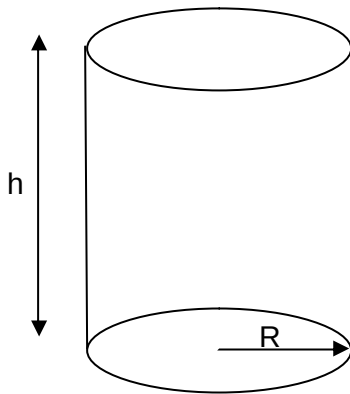


Base retangular

$$V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \cdot h$$

$$A_{\text{total}} = 4A_{\text{triângulo}} + A_{\text{base}}$$

- Cilindro



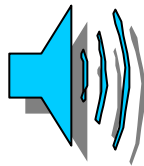
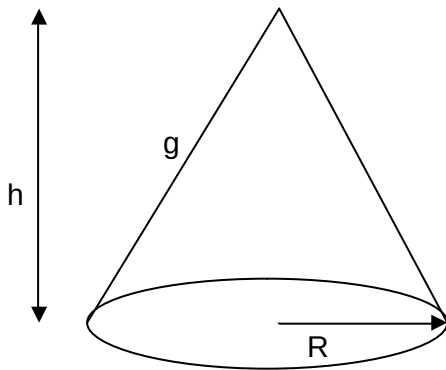
Lembre-se: A base de um cilindro circular é um círculo.

$$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot R^2 \cdot h$$

$$A_{\text{lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$A_{\text{total}} = 2 \cdot A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$$

- Cone



Lembre-se: A base de um cone circular também é um círculo.

$$V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot h$$

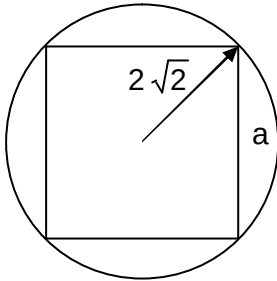
$$A_{\text{lateral}} = \pi \cdot R \cdot g$$

$$A_{\text{total}} = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$$

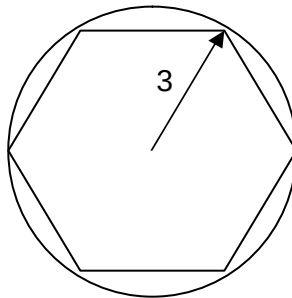
g é a geratriz

EXERCÍCIOS SOBRE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

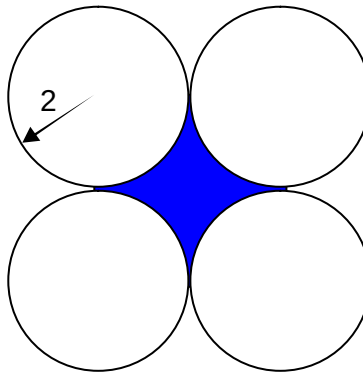
- 1) Calcule a área de um quadrado de lado a sabendo que o raio da circunferência circunscrita a esse quadrado mede $2\sqrt{2}$ cm.



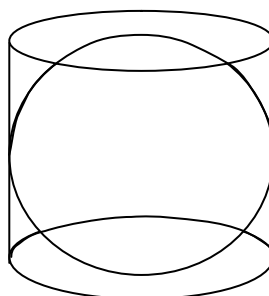
- 2) Sabendo que o raio da circunferência circunscrita a um hexágono regular mede 3 cm, calcule a área desse hexágono.



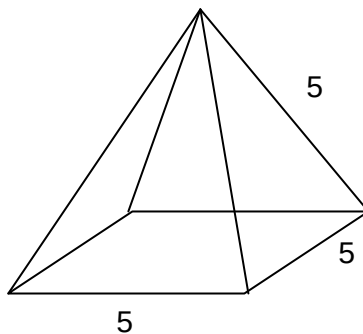
- 3) Determine a área da região sombreada, sabendo que o raio de cada circunferência mede 2 cm.



- 4) Calcule a área total e o volume do cilindro circular da figura abaixo, sabendo que o raio da esfera inscrita mede 3 cm.



- 5) Calcule a área lateral, a área total e o volume de uma pirâmide de base quadrangular cujas medidas dos lados da base e das faces laterais medem 5 cm.



RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS SOBRE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

1) 16 m^2

2) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$

3) $4(4 - p)$

4) $A = 54p \text{ cm}^2$
 $V = 108p \text{ cm}^3$

5) $A_l = 25\sqrt{3}$
 $A_t = 25(1 + \sqrt{3})$
 $V = \frac{125\sqrt{2}}{6}$